前期

平成30年度

解 答 と 解 説

《平成30年度の配点は解答用紙に掲載してあります。》

＜数学解答＞

［1］ (1) ア 9 イ 2 ウ 6 エ 3 (2) オ 2 カ 0
(3) キ 3 ク 1 ケ 3 コ 2 (4) サ 1 シ 6
(5) ス 9 セ 0 ソ 0 (6) タ 3

［2］ (1) ア 1 イ 2 (2) ウ 5 エ 5 オ 2
(3) カ 3 キ 2 ク － ケ 9 コ 1 サ 6
(4) シ － ス 2 セ 3 ソ 8

［3］ (1) ア 3 イ 2 (2) ウ 3 エ 3
(3) オ 6 カ 3 キ 9 ク 4

［4］ (1) ア 5 イ 0 ウ 3 (2) エ 1 オ 0 カ 3 キ 3
(3) ク 5 ケ 2 コ 6

＜数学解説＞

［1］ (式の計算，相似，濃度，円と角，確率)

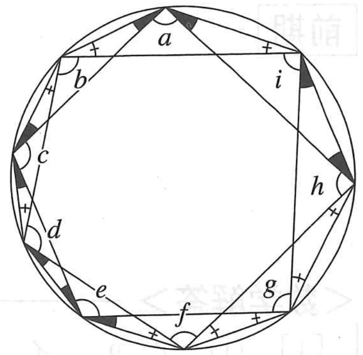
基本 (1) $\dfrac{(\sqrt{18}-\sqrt{27})^2}{3\sqrt{2}}+\dfrac{3\sqrt{2}}{2}=\dfrac{18-18\sqrt{6}+27}{3\sqrt{2}}+\dfrac{3\sqrt{2}}{2}=\dfrac{15-6\sqrt{6}}{\sqrt{2}}+\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ したがって有理化をすると，$\dfrac{15\sqrt{2}-12\sqrt{3}}{2}+\dfrac{3\sqrt{2}}{2}=9\sqrt{2}-6\sqrt{3}$

(2) 1からnまでの自然数の総和は$\dfrac{1}{2}n(n+1)$なので，$\dfrac{1}{2}n(n+1)=210$と表せることから，$n^2+n=420$ これを解くと，$n=-21$，20 $n>0$より，$n=20$となる。

(3) 残りの長方形の横と縦の長さはそれぞれ$x-3$，1となるため，比例式をたてると，$x-3:1=1:x$となる。したがって$x(x-3)=1$より，$x^2-3x-1=0$。これを解くと，$x=\dfrac{3\pm\sqrt{13}}{2}$ $x>0$より，$x=\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}$

(4) 濃度13％の食塩水100(g)に含まれている食塩の量は$\dfrac{13}{100}\times100=13$(g) またまこと君の場合，濃度29％の食塩水300(g)を加えるので食塩の量は$\dfrac{29}{100}\times300=87$(g)増えることになる。したがってまこと君の食塩水の濃度は$\dfrac{(13+87)}{(100+300)}\times100=25$％ みなみさんの加えた食塩の量を$x$(g)とすると，2人が作った食塩水の濃度が等しいことから，$\dfrac{100(13+x)}{100+x}=25$と表せる。まとめると，$4(13+x)=100+x$で$x=16$となり，みなみさんが加えた食塩の量は16(g)となる。

重要 (5)　図のように補助線をひくと，図の九角形の内角の和は$180\times(9-2)=1260°$　また黒い印の角の合計は円1周分の円周角なので，$180°$　白い印の角の合計も同様に$180°$　したがって，$1260°-180°\times2=900°$となる。



重要 (6)　袋A，Bから取り出した玉が同じ組み合わせは（赤，赤）（白，白）の2通りしかない。袋Aの赤玉をx（個）とすると，白玉は$13-x$（個）となるため，（赤，赤）となる確率は$\dfrac{x}{13}\times\dfrac{2}{6}=\dfrac{x}{39}$　（白，白）となる確率は$\dfrac{13-x}{13}\times\dfrac{4}{6}=\dfrac{26-2x}{39}$　したがって，球が同じ確率が$\dfrac{23}{39}$であることから，$\dfrac{x}{39}+\dfrac{26-2x}{39}=\dfrac{23}{39}$　これを解くと，$x=3$となり，はじめから入っていた赤玉の個数は3個とわかる。

［2］（二次関数と図形の融合問題）

基本 (1)　$y=ax^2$でxの値がnからmまで増加するときの変化の割合は$a(m+n)$と表せるため，$\dfrac{1}{2}\times(-2+3)=\dfrac{1}{2}$

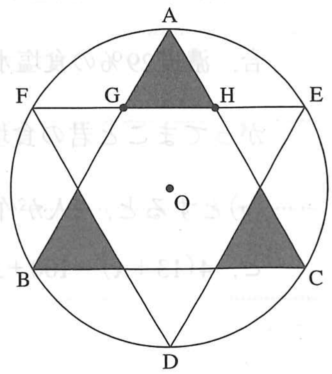
(2)　四角形ACDBが平行四辺形であることから，ABとCDの傾きは等しくなる。点Bと点Aのx座標，y座標の差はそれぞれ$3-(-2)=5$，$\dfrac{9}{2}-2=\dfrac{5}{2}$となる。点Dの座標は$\left(t,\ -\dfrac{1}{4}t^2\right)$と表せるので，点Cの座標は$\left(t-5,\ -\dfrac{1}{4}t^2-\dfrac{5}{2}\right)$となる。

(3)　二次関数の変化の割合は二次関数を通る一次関数の傾きと等しいので，変化の割合＝CDの傾きとなる。したがって$\dfrac{-1}{4}(t+t-5)=\dfrac{1}{2}$より，$2t-5=-2$となり，$t=\dfrac{3}{2}$　よってD$\left(\dfrac{3}{2},\ -\dfrac{9}{16}\right)$となる。

重要 (4)　対角線の中点を通れば，平行四辺形の面積が二等分される。対角線ADの中点をMとすると，座標は$\left(\dfrac{-2+\dfrac{3}{2}}{2},\ \dfrac{2+\left(-\dfrac{9}{16}\right)}{2}\right)=\left(-\dfrac{1}{4},\ \dfrac{23}{32}\right)$となる。また原点を通ることから，平行四辺形ACDBを二等分する直線は比例であることがわかる。$y=ax$に$\left(-\dfrac{1}{4},\ \dfrac{23}{32}\right)$を代入すると，$\dfrac{23}{32}=-\dfrac{1}{4}a$となり，$a=-\dfrac{23}{8}$　したがってこの直線の式は$y=-\dfrac{23}{8}x$となる。

［3］（相似，三平方の定理，円）

(1)　正三角形ABCの外接円の中心Oは正三角形の重心と一致するので，点AからBCに対し垂線をひき，辺BCとの交点をMとおくと，$AM=\dfrac{3}{2}AO=\dfrac{3}{2}\times\sqrt{6}=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$(cm)　△ABCは30°，60°，90°の直角三角形なので，$AB=\dfrac{2}{\sqrt{3}}AM=\dfrac{2}{\sqrt{3}}\times\dfrac{3\sqrt{6}}{2}=3\sqrt{2}$(cm)



重要 (2)　辺FEと辺AB，辺ACの交点をそれぞれG，Hとおく。△ABCと△AGHは相似でかつ，相似比は3：1となる。△FDEや△EFDについても同様なので，点Gと点Hは辺FEの三等分点となる。したがってGH$=\dfrac{1}{3}$FE$=\dfrac{1}{3}\times3\sqrt{2}=\sqrt{2}$(cm)　△OBC$=\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{6}}{2}\times$